

**Розділ І. Кола постійного струму**  
**Тема 1.1 «Електричне поле. Постійний електричний струм»**

**Лекція 4**

Складні електричні кола та їх розрахунок з використанням законів Кірхгофа

**Мета:** оволодіти знаннями про складні електричні кола та їх розрахунок з використанням законів Кірхгофа.

**Методи:** словесний, практичний, наочний.

**План:**

1. Складні електричні кола та їх розрахунок з використанням законів Кірхгофа.
2. Перший закон Кірхгофа.
3. Другий закон Кірхгофа.

**1. Складні електричні кола та їх розрахунок з використанням законів Кірхгофа.**

Основна мета розрахунку електричного кола полягає у визначенні струмів в його гілках. Знаючи струми, неважко знайти напруги та потужності гілок та окремих елементів кола.

Величини струмів, напруг, потужностей дають можливість оцінити умови та ефективність роботи електротехнічного обладнання та приладів на всіх ділянках електричного кола.

Зв'язок між ЕРС, напругами та струмами лінійних електричних кіл виражається лінійними рівняннями, тобто рівняннями першої степені, тому для їх розрахунку використовуються аналітичні методи зі звичайними алгебраїчними перетвореннями.

Для розрахунку електричних кіл разом із законом Ома використовуються два закони Кірхгофа, які є наслідками закону збереження енергії.

**2. Перший закон Кірхгофа.**

Перший закон Кірхгофа застосовується до вузлів електричних кіл: у гілках, які утворюють вузол електричного кола, алгебраїчна сума струмів дорівнює нулю:

$$\sum I = 0$$

До цієї суми струми входять з різними знаками в залежності від напрямку їх по відношенню до вузла. На основі першого закону Кірхгофа для кожного вузла можна скласти рівняння струмів. Наприклад, для точки 3 схеми мал. 1 таке рівняння має вигляд

$$I_1 + I_2 - I_4 - I_7 = 0$$

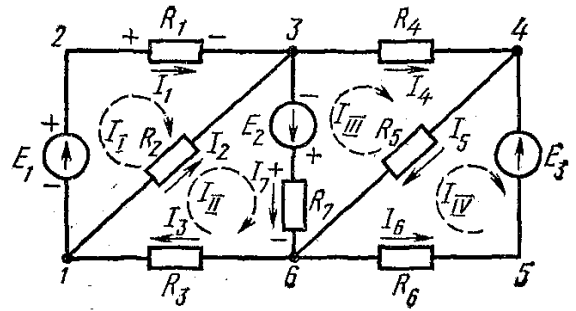
В цьому рівнянні струми, направлені до вузла, умовно взяті додатними, а струми, направлені від вузла, - від'ємними:

$$I_1 + I_2 = I_4 + I_7$$

Останнє рівняння дозволяє дати друге формулювання першого закону Кірхгофа:

**сума струмів, направлених до вузла електричного кола, дорівнює сумі струмів, направлених від цього вузла.**

Цей закон слідує з принципу безперервності струму. Якщо припустити перевагу у вузлі струмів одного напрямку, то заряд одного знаку повинен накопичуватись, а потенціал вузлової точки безперервно змінюватись, що в реальних колах не спостерігається.



Мал. 1. Схема розгалуженого електричного кола

### 3. Другий закон Кірхгофа.

Другий закон Кірхгофа застосовується до контурів електричних кіл:

**в контурі електричного кола алгебраїчна сума напруг на його гілках дорівнює нулю:**

$$\sum U = 0$$

Для доведення другого закону Кірхгофа обійдемо контур 1-2-3-4-5-6-1 в схемі мал. 1 за годинниковою стрілкою та запишемо вирази потенціалів точок контуру при вказаних напрямках струмів у гілках (вибрані довільно). Обхід почнемо з точки 1, потенціал якої  $V_1$ . Потенціал кожної наступної точки виразимо відносно точки попередньої:  $V_2 = V_1 + E_1$ ;  $V_3 = V_2 - I_1 R_1$ ;  $V_4 = V_3 - I_4 R_4$ ;  $V_5 = V_4 - E_3$ ;  $V_6 = V_5 + I_6 R_6$ ;  $V_1 = V_6 - I_3 R_3$ .

Зміна потенціалу по обраному контуру повинна бути рівною нулю, так як вона виражає роботу, витрачену на пересування часток, які мають разом одиницю заряду, по замкненому шляху в електричних полях джерел та приймачів енергії.

Таким чином, в замкненому контурі

$$\begin{aligned} V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 &= 0, \\ E_1 - I_1 R_1 - I_4 R_4 - E_3 + I_6 R_6 - I_3 R_3 &= 0, \end{aligned}$$

або

$$-(E_1 - I_1 R_1) + I_4 R_4 + (E_3 - I_6 R_6) + I_3 R_3 = 0$$

В цьому рівнянні напруги гілок

$$3-2-1 \quad E_1 - I_1 R_1 = U_{3,1};$$

$$3-4 \quad I_4 R_4 = U_{3,4};$$

$$4-5-6 \quad E_3 - I_6 R_6 = U_{4,6};$$

$$6-1 \quad I_3 R_3 = U_{6,1},$$

$$\text{тому } -U_{3,1} + U_{3,4} + U_{4,6} + U_{6,1} = 0.$$

У рівнянні  $E_1 - I_1 R_1 - I_4 R_4 - E_3 + I_6 R_6 - I_3 R_3 = 0$  напруги, направлені по обходу контуру, вважаються додатними, а направлені проти обходу – від'ємними. Перепишемо це рівняння у наступному вигляді:

$$I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_3 R_3 - I_6 R_6 = E_1 - E_3$$

Це рівняння дозволяє дати друге формулювання другого закону Кірхгофа:

**в контурі електричного кола алгебраїчна сума падінь напруги на пасивних елементах дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС цього контуру:**

$$\sum IR = \sum E$$

Іншим контурам відповідають інші рівняння, які нескладно написати, не застосовуючи до виразів потенціалів точок контуру.

Для цього можна користуватись наступним правилом. До лівої частини рівняння слід записати алгебраїчну суму падінь напруги в пасивних елементах контуру, а до правої – алгебраїчну суму ЕРС, які зустрічаються при обході контуру.

При цьому додатними вважаються струми та ЕРС, напрямки яких співпадає з напрямком обходу.

Згідно цього правила, запишемо рівняння для двох інших контурів схеми на мал. 1: для 1-2-3-6-1

$$I_1 R_1 + I_7 R_7 + I_3 R_3 = E_1 + E_2;$$

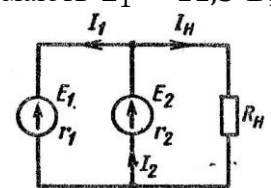
для 3-4-6-3

$$I_4 R_4 + I_5 R_5 - I_7 R_7 = -E_2.$$

### Приклад рішення задачі

Задача. Два джерела постійного струму, з'єднані паралельно, мають  $E_1 = 11,5$  В,  $r_1 = 2,5$  Ом,  $E_2 = 16,5$  В,  $r_2 = 6$  Ом і навантажувальний резистор опором  $R_H = 30$  Ом. Визначити значення та напрямки струмів через джерела та навантаження. Скласти баланс потужностей. Вказати режим роботи кожного джерела та визначити падіння напруги на затискачах джерел.

Рішення. На мал. 2 надана схема з'єднання вказаних елементів. Вибраний напрямок струмів показаний стрілками.



Мал. 2

Згідно першого закону Кірхгофа:

$$I_2 = I_1 + I_H$$

Для двох незалежних контурів складемо два рівняння по другому закону Кірхгофа.

Для контуру, який містить два джерела  $E_1$  і  $E_2$ , обираємо напрямок обходу проти годинникової стрілки та записуємо

$$E_1 - E_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2$$

Для контуру з джерелом  $E_2$  і опором навантаження  $R_H$  при обході за годинниковою стрілкою

$$E_2 = I_H R_H + I_2 r_2$$

Маємо систему з трьох рівнянь з трьома невідомими:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_H$ . Підставивши до них значення ЕРС та опорів та вирішивши цю систему, знаходимо:  $I_1 = 0,3$  А,  $I_2 = 0,71$  А,  $I_H = 0,41$  А.

Джерело  $E_1$  працює в режимі споживача, а  $E_2$  – генератора, тому при складанні балансу потужностей слід пам'ятати, що потужність ЕРС  $E_1$  від'ємна.

Баланс потужностей – це рівність потужностей, які віддаються генераторами, і потужностей споживачів, тобто

$$\begin{aligned} E_2 I_2 - E_1 I_1 &= I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + I_H^2 R_H \\ 16,5 \cdot 0,71 - 11,5 \cdot 0,3 &= (0,3)^2 \cdot 2,5 + (0,71)^2 \cdot 6 + (0,41)^2 \cdot 30 \\ 11,7 \text{ Вт} &\approx 11,72 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Падіння напруги на затискачах джерел можна визначити трьома способами:

- а)  $U = I_H R_H = 0,41 \cdot 30 = 12,3$  В;
- б)  $U = E_2 - I_2 r_2 = 16,5 - 0,71 \cdot 6 = 12,24$  В;
- в)  $U = E_1 + I_1 r_1 = 11,5 + 0,3 \cdot 2,5 = 12,25$  В.

#### Знання, корисні для практики!

Універсальним методом розрахунку складних кіл є метод безпосереднього використання першого закону Кірхгофа для вузлових точок і другого закону Кірхгофа для замкнутих контурів схеми.

Всі ЕРС, струми і опори будь-якої гілки пов'язані між собою рівняннями, що визначаються законами Кірхгофа. Цей зв'язок враховує не тільки величини ЕРС і струмів, а і їх напрямки.

Якщо відомими є величини ЕРС і їх напрямки, а також опори складного кола, то застосовуючи закони Кірхгофа можна скласти стільки незалежних рівнянь, скільки невідомих струмів в цьому колі. Ці рівняння утворюють систему лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язавши яку можна отримати значення невідомих струмів.

Для складання рівнянь необхідно попередньо позначити на схемі **довільно** обрані додатні напрямки невідомих струмів. Якщо в результаті розв'язання складеної системи рівнянь знайдена величина струму має знак "+", то це означає, що його фактичний напрямок співпадає з довільно обраним. В протилежному випадку фактичний напрямок струму протилежний обраному напрямку.

Розрахунок складного кола через рівняння Кірхгофа виконується в такій послідовності:

- при можливості спрощують розрахункову схему (наприклад, можна замінити кілька паралельно з'єднаних опорів одним еквівалентним опором);
- позначають на схемі відомі напрямки ЕРС;
- позначаються довільно обрані напрямки струмів;
- складають рівняння за першим законом Кірхгофа для всіх вузлових точок, **крім однієї**. Якщо схема містить  $n$  вузлів, то незалежних рівнянь можна скласти тільки для  $(n - 1)$  вузлів. Рівняння, складене для останнього  $n$ -го вузла, буде комбінацією вже складених рівнянь (тобто лінійно залежним) і не дозволить отримати рішення, так як система, що містить залежні рівняння, має нескінченну кількість рішень;
- складають рівняння, яких за кількістю бракує, за другим законом Кірхгофа (відомо, що для розв'язання системи необхідно, щоб кількість незалежних рівнянь дорівнювало кількості невідомих в даному випадку струмів);

- розв'язують складену систему рівнянь і визначають невідомі струми. Якщо значення деяких струмів від'ємні, то це означає, що їх фактичний напрямок протилежний умовно прийнятому для них напрямку на початку розрахунку.